

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ
ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент математики
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

СОГЛАСОВАНО

ООО «Бихайв»

(наименование организации)

Генеральный директор

(должность представителя работодателя)

_____ В.М. Бурман

(подпись)

18.04.2023 г.

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной
и методической работе

_____ Е.А. Каменева

25.04.2023 г.

Аль-Натор М.С.

Актуарная математика

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика,
ОП «прикладная математика и информатика»
(Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах)

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 31 от 18.04.2023 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного Департамента математики
(протокол № 14 от 13.03.2023 г.)*

Москва 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	2
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	3
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	4
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий.....	4
5.1. Содержание дисциплины.....	4
5.2. Учебно-тематический план	6
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	7
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	9
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы.....	99
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	10
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине	14
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	20
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	21
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины.....	22
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	233
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	23

1. Наименование дисциплины

«Актuarная математика».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Дисциплина «Актuarная математика» обеспечивает формирование компетенций: ПКП-2, ПКП-3

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соответствующие с индикаторами достижения компетенции
ПКП-2	Способность моделировать и оценивать риски финансово-экономической деятельности, в том числе, инвестиционной и актуарной деятельности	1. Владеет знаниями в области теории и методологии моделирования и оценивания рисков финансово-экономической деятельности	Знать основы теории и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности. Уметь применять теорию и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности
		2. Демонстрирует умение строить математические модели в области экономики и финансов.	Знать принципы построения математических моделей в области страхования, экономики и финансов Уметь применять построенные математические модели в области страхования, экономики и финансов

		3.Оценивает финансовые риски финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности.	Знать методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности Уметь применять методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности
ПКП-3	Способность составлять прогнозы, готовить рекомендации для принятия финансово-экономических решений	1.Владеет методами прогнозирования, демонстрирует знание принципов и особенностей выбора методов прогнозирования в зависимости от поставленной задачи.	Знать основные методы прогнозирования и их особенности Уметь применять демонстрировать и выбирать принципы прогнозирования в зависимости от поставленной задачи
		2.Готовит рекомендации для принятия финансово-экономических решений на основе на основе системного подхода для решения поставленных задач.	Знать методики подготовки рекомендации для принятия финансово-актуарных решений на основе на основе системного подхода для решения поставленных задач Уметь применять системный подход для подготовки рекомендации для принятия финансово-актуарных решений

3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Актуарная математика» является дисциплиной Профиля Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика.

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з./е. и часах)	Семестр 6 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	4 з./е., 144 ч.	144
Контактная работа - Аудиторные занятия	50	50
Лекции	16	16
Семинары, практические занятия	34	34
Самостоятельная работа	94	94
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

1. Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем

1.1. Продолжительность жизни и продолжительность оставшейся жизни как случайные величины. Плотность и моменты распределения продолжительности оставшейся жизни. Вероятности смерти и дожития. Интенсивность (сила) смертности.

1.2. Таблицы смертности, их разновидности. Понятие порядка вымирания, детерминированная и стохастическая модели смертности. Аппроксимация смертности для дробных возрастов. Аналитические законы смертности.

1.3. Модели выбытия по нескольким причинам. Модели выбытия нескольких взаимосвязанных лиц.

1.4. Понятие о демографических моделях и их параметрах. Сетка Лексиса и демографические совокупности. Реальное и условное поколения. Демографические параметры смертности и их оценивание.

1.5. Модели стационарного и стабильного населения в моделях страхования жизни и пенсионном страховании.

1.6. Актуарные проблемы моделирования социальных пенсионных систем.

2. Актуарные модели страхования жизни и пенсий

2.1. Основные принципы тарификации в страховании жизни: принцип эквивалентности, уравнение баланса. Понятие премиального базиса. Модели основных видов страхования жизни. Коммутационные функции.

Связь между непрерывными и дискретными видами страхования жизни.

2.2. Пожизненные ренты. Актуарная приведенная ценность, актуарное накопление, актуарный коэффициент дисконтирования. Расчет различных видов пожизненных рент. Пенсионные схемы.

2.3. Оценивание простейших страховых контрактов страхования жизни. Единовременные премии на дожитие. Единовременные премии на случай смерти. Периодические нетто-премии для основных видов страхования жизни. Полисы с возвратом премий.

2.4. Убыток страховщика по действующему полису. Понятие резервного базиса, его отличие от премиального базиса. Математический резерв и его виды. Перспективный и ретроспективный методы расчета резерва, условия их эквивалентности. Резерв нетто-премий для основных видов страхования жизни. Пенсионные резервы.

3. Модели индивидуального риска

3.1 Модели индивидуальных исков. Суммы независимых случайных исков. Договоры страхования с вычетом, лимитом и франшизой

3.2. Аппроксимация распределений совокупных исков нормальными распределениями. Примеры использования аппроксимации.

4. Модели коллективного риска для отдельного периода

4.1. Понятие коллективного риска. Распределение совокупных исков.

Распределение числа исков и его аппроксимация.

4.2. Распределение суммы индивидуального иска и его аппроксимация. Свойства составного пуассоновского распределения.

4.3 Сходимость аппроксимаций распределения совокупных исков при большом числе исков.

5. Модели коллективного риска для последовательности периодов

5.1. Свободные резервы страховой компании. Процесс риска. Понятие о разорении.

5.2. Способы описания исковых процессов: модель непрерывного времени, модель дискретного времени. Максимальные совокупные потери.

6. Теория достоверности

6.1. Достоверность с ограниченной флуктуацией. Полная и частичная достоверность.

6.2. Сбалансированная модель Бюльмана.

6.3. Модель Бюльмана-Штрауба. Оценивание параметров в модели Бюльмана-Штрауба.

5.2. Учебно-тематический план

п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1.	Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем	32	12	4	8	20	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
2.	Актuarные модели страхова-	25	10	4	6	15	Решение задач на практических заня-

	ния жизни и пенсий						тиях. Самостоятельная работа.
3.	Модели индивидуального риска	23	8	2	6	15	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
4.	Модели коллективного риска для отдельного периода	23	8	2	6	15	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
5.	Модели коллективного риска для последовательности периодов	21	6	2	4	15	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
6.	Теория достоверности	20	6	2	4	14	Решение задач на практических занятиях. Самостоятельная работа.
В целом по дисциплине		144	50	16	34	94	Согласно учебному плану: контрольная работа
Итого в %			35	32	68	65	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем	Общие модели дожития. Функция дожития и ее свойства. Оценка характеристик. Модели Муавра, Мейкема. Рекомендуемые источники: п. 8: [1, 2] Таблицы смертности их параметры и оценка. Селективные таблицы. Построение таблиц смертности. Расчеты с таблицами смертности. Рекомендуемые источники: п. 8: [1, 2] Многофакторные таблицы смертности и выбытия. Оценка факторов выбытия и расчет вероятностей сложных событий Рекомендуемые источники: п. 8: [1, 2]	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме.

Актuarные модели страхования жизни и пенсий	Модели страхования жизни. Расчет премий (взносов) по различным контрактам страхования жизни Рекомендуемые источники: п. 8 [1], п. 9. [1, 2] Модели страхования рент. Оценка стоимостей страховой ренты по моделям дожития и по таблицам смертности. Рекомендуемые источники: п. 8: [1]	Опрос. Проверка самостоятельной работы. Решение задач в интерактивной форме
Модели индивидуального риска	Модель индивидуального иска. Частота и тяжесть иска. Модель индивидуального риска. Оценка стоимости риска. Рекомендуемые источники: п. 8 [1] Аппроксимация распределений совокупных исков нормальными распределениями. Примеры использования аппроксимации. Оценка нетто-премии и рисковой надбавки. Рекомендуемые источники: п. 8: [1]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы
Модели коллективного риска для отдельного периода	Распределение совокупных исков. Распределение числа исков и его аппроксимация. Распределение суммы индивидуального иска и его аппроксимация. Свойства составного пуассоновского распределения. Рекомендуемые источники: п. 8: [1] Сходимость аппроксимаций распределения совокупных исков при большом числе исков. Рекомендуемые источники: п. 8: [1]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы
Модели коллективного риска для последовательности периодов	Свободные резервы страховой компании. Процесс риска. Понятие о разорении. Рекомендуемые источники: п. 8: [1] Способы описания исковых процессов: модель непрерывного времени, модель дискретного времени. Максимальные совокупные потери. Рекомендуемые источники: п. 8: [1]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы
Теория достоверности	Достоверность с ограниченной флуктуацией. Полная и частичная достоверность Рекомендуемые источники: п. 8: [1] Сбалансированная модель Бюльмана. Модель Бюльмана-Штрауба Рекомендуемые источники: п. 8: [1]	Решение задач в интерактивной форме, проверка самостоятельной работы

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Демографические модели страхования жизни и пенсионных систем	Пенсионные схемы с двумя декрементными факторами.	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Актuarные модели страхования жизни и пенсий	Модели страхования жизни, учитывающие расходы	Работа с учебной литературой. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к занятию.
Модели индивидуального риска	Договоры страхования с вычетом, лимитом и франшизой	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Модели коллективного риска для отдельного периода	Методы оценки распределения суммарных убытков	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Модели коллективного риска для последовательности периодов	Модели числа исков из семейства (a, b, m) и формула Панджера	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию
Теория достоверности	Дискретные случайные процессы с непрерывным временем. Основные свойства пуассоновского процесса	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные задания контрольной работы

1. Доказать, что при любых $t, u \geq 0$

$${}_{t+u}p_x = {}_tp_x \cdot {}_up_{x+t} = {}_up_x \cdot {}_tp_{x+u}.$$

Дать вероятностный смысл этих тождеств.

2. Доказать, что при любых $t, u \geq 0$

$${}_{t+u}q_x = 1 - (1 - {}_tq_x)(1 - {}_uq_{x+t}) = 1 - (1 - {}_uq_x)(1 - {}_tq_{x+u}).$$

3. Доказать, что для любого целого $n > 1$

$${}_np_x = p_x \cdot p_{x+1} \cdots p_{x+n-1}.$$

Дать вероятностный смысл этого тождества.

4. Показать, что ${}_t|_uq_x$ и ${}_tp_x \cdot {}_uq_{x+t}$ совпадают. Дать вероятностный смысл

этого тождества.

5. Какой вероятностный смысл выражения ${}_{t+u}q_x - {}_uq_x$? Обосновать ответ.

6. Какой вероятностный смысл выражения ${}_up_x - {}_{t+u}p_x$? Обосновать ответ.

7. Доказать, что $\mathbf{P}(K(x) \geq k) = {}_kp_x$.

8. Доказать формулу

$$S_T(x) = \int_x^{\infty} f_T(y) dy.$$

9. Показать, что для $\mu(x)$ справедлива формула

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{P}(x < T \leq x + \Delta x | T > x)}{\Delta x}.$$

10. Показать, что для любого возраста $x > 0$ и для любого z : $0 < z < x$ справедлива формула

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{P}(x - z < T(z) \leq x - z + \Delta x | T(z) > x - z)}{\Delta x}.$$

11. Показать, что $\frac{d}{dx} {}_tp_x = {}_tp_x(\mu_x - \mu_{x+t})$.

12. Показать, что T следует экспоненциальному распределению с параметром λ тогда и только тогда, когда $\mu(x) = \lambda$ для всех $x > 0$.

13. Доказать, что если плотность $f_{T(x)}(t) = {}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$ возрастает на интервале $0 \leq t \leq 1$, то $q_x > \mu_x$. И наоборот, если ${}_t p_x \cdot \mu_{x+t}$ убывает на интервале $0 \leq t \leq 1$, то $q_x < \mu_x$.

14. Требуется показать, что

а)

$$e_x^0 = \frac{1}{S_T(x)} \int_x^\infty S_T(t) dt.$$

Отсюда доказать, что e_x^0 удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{d}{dx} e_x^0 = \mu(x) e_x^0 - 1;$$

б) $x + e_x^0$ есть возрастающая функция. Дать интерпретацию этого факта.

15. Доказать неравенство $l_{x+1} \leq L_x \leq l_x$. Верно ли неравенство $l_{x+t} \leq {}_t L_x \leq t \cdot l_x, t > 0$?

16. Показать, что $T_x = \sum_{k=1}^\infty {}_k L_x$.

17. Показать, что $\frac{dT_x}{dx} = -l_x$.

18. Показать, что $\frac{dL_x}{dx} = -d_x$.

19. Доказать и дать интерпретацию следующих формул:

$$a(x) = \frac{L_x - l_{x+1}}{l_x - l_{x+1}} = \frac{L_x - l_{x+1}}{d_x} = \frac{T_x - T_{x+1} - l_{x+1}}{l_x - l_{x+1}}.$$

Вывести отсюда формулу $L_x = a(x)l_x + (1 - a(x))l_{x+1}$.

20. Доказать неравенство $m_x > q_x$.

21. Положим $Y_x = \int_0^\infty T_{x+t} dt$. Доказать, что

$$\mathbf{Var}[T(x)] = \frac{2Y_x}{l_x} - \left(\frac{T_x}{l_x}\right)^2.$$

22. Пусть $l_x = ke^{-x}$, $x \geq 0$. Показать, что $m_x = \text{const}$ для всех $x \geq 0$.

23. Показать, что $L_{x+1} = L_x e^{-\int_x^{x+1} m_y dy}$.

24. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующие соотношения:

$$m_x = \frac{q_x}{1 - \frac{1}{2}q_x}, \quad q_x = \frac{m_x}{1 + \frac{1}{2}m_x}.$$

25. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать и объяснить следующее соотношение:

$$m_x = \mu \left(x + \frac{1}{2} \right).$$

26. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$L_x = \frac{l_x + l_{x+1}}{2}.$$

27. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$m_x = \frac{d_x}{l_x - \frac{1}{2}d_x}.$$

28. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$T_x = \sum_{y=x}^{\infty} L_y = \frac{1}{2}l_x + \sum_{y=x}^{\infty} l_{y+1}.$$

29. Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Проверить истинность следующих утверждений:

а) $\mu(x+t) = \frac{t \cdot d_x}{l_x - t \cdot d_x}$, при $0 < t < 1$;

б) $\mu(x+t) < \mu(x+s)$, при $0 < t < s < 1$;

в) ${}_s|uq_{x+t} = \frac{u \cdot q_x}{1 - t \cdot q_x}$, при $0 < s + u + t < 1$, $0 < s, u, t < 1$.

30. Пусть принято предположение о постоянной интенсивности смертности для дробных возрастов. Доказать следующие соотношения:

$$m_x = \mu_x, \quad L_x = \frac{d_x}{\mu_x}.$$

31. Пусть принято предположение о постоянной интенсивности смертности для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$a(x) = -\frac{1}{\ln p_x} - \frac{p_x}{q_x}.$$

32. Пусть принято предположение о постоянной интенсивности смертности для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$${}_{t-s}q_{x+s} = 1 - e^{-(t-s)\mu_x}, \quad 0 \leq s \leq t \leq 1, \quad 0 \leq s, t \leq 1.$$

33. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$m_x = -\frac{q_x^2}{p_x \ln p_x}.$$

34. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$L_x = -\frac{l_{x+1} \ln p_x}{q_x}.$$

35. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$$a(x) = -\frac{p_x}{q_x^2} (q_x + \ln p_x).$$

36. Пусть принято предположение Балдуччи для дробных возрастов. Доказать следующее соотношение:

$${}_{t-s}q_{x+s} = \frac{(t-s)q_x}{1 - (1-t)q_x}, \quad 0 \leq s \leq t \leq 1, \quad 0 \leq s, t \leq 1.$$

Примерный вариант контрольной работы

1. Показать, что для любого возраста $x > 0$ и для любого z : $0 < z < x$ справедлива формула

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{\mathbf{P}(x - z < T(z) \leq x - z + \Delta x | T(z) > x - z)}{\Delta x}.$$

2. Функция распределения продолжительности жизни новорожденного задается формулой:

$$F_T(x) = \begin{cases} \frac{x}{80}, & 0 \leq x \leq 80 \\ 1, & x > 80 \end{cases}$$

Найти вероятность того, что новорожденный доживет до возраста 30 лет, но умрет до достижения 50 – летнего возраста.

3. Дано $s(x) = 1 - \frac{x}{100}$, $0 \leq x \leq 100$, $l_0 = 100$. Найти ${}_{10}L_{20}$, ${}_{10}d_{20}$, ${}_{10}m_{20}$.

4. Дано $q_x = 0,16$, сила смертности постоянна внутри каждого года. Найти t : ${}_tp_x = 0,95$.

Работу нужно выполнить на листах формата А4. В работе должен быть описан ход решения с указанием результата на каждом шаге.

Критерии бальной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержится в соответствующих методических рекомендациях Департамента математики.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. **«Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».**

**Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки
индикаторов достижения компетенций, знаний и умений**

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
Способность моделировать и оценивать риски финансово-экономической деятельности, в том числе, инвестиционной и актуарной деятельности (ПКП-2)	1. Владеет знаниями в области теории и методологии моделирования и оценивания рисков финансово-экономической деятельности.	Знать основы теории и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности. Уметь применять теорию и методологии моделирования и оценивания страховых рисков финансово-актуарной деятельности	Пусть $T = T(0)$ – продолжительность жизни новорожденного. Случайная функция $T = T(0)$ полностью характеризуется заданием одной из следующих функций: 1) $F_T(x)$ – функции распределения T ; 2) $s_T(x)$ – функции дожития; 3) $f_T(x)$ – функции плотности распределения; 4) $\mu(x)$ – функции интенсивности смертности; Задание 1. Зная одну из этих функций найдите остальные и постройте график этих функций. Задание 2. Постройте таблицу смертности для возрастов от 0 до 30 (с шагом в 1 год) используя данные из задания 1. Для всех вариантов $l_0 = 100\,000$ (не нарушайте порядок следования функций таблицы: $l_x, d_x, r_x, q_x, L_x, a_x, T_x, m_x, e_x$.) Столбцы T_x и e_x^0 заполняются только для моделей с предельным возрастом
	2. Демонстрирует умение строить математические модели в области экономики и финансов.	Знать принципы построения математических моделей в области страхования, экономики и финансов	Пусть принято предположение о равномерном распределении смертей для дробных возрастов. Докажите и объясните следу-

		Уметь применять построенные математические модели в области страхования, экономики и финансов	ющее соотношение: $m_x = \mu \left(x + \frac{1}{2} \right).$
	3. Оценивает финансовые риски финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности.	Знать методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности Уметь применять методы оценки финансовых рисков финансово-экономической деятельности, в том числе инвестиционной и актуарной деятельности	Страховая компания заключает договоры страхования наземного транспорта. Найдите минимальный страховой тариф с 250 000 руб. страховой суммы, если: – гарантия безопасности равна – 0,98; – вероятность наступления страхового случая – 0,07 – количество договоров – 225 – доля нагрузки в брутто-ставке – 25 %.
Способность составлять прогнозы, готовить рекомендации для принятия финансово-экономических решений (ПКП-3)	1. Владеет методами прогнозирования, демонстрирует знание принципов и особенностей выбора методов прогнозирования в зависимости от поставленной задачи.	Знать основные методы прогнозирования и их особенности Уметь применять демонстрировать и выбирать принципы прогнозирования в зависимости от поставленной задачи	Проводятся наблюдения о размере индивидуальных выплат по отдельным страховым случаям. Известно, что дисперсия случайной величины выплат не превышает 10. Сколько нужно выплат произвести, чтобы с вероятностью не меньшей 0,99, можно было утверждать, что ошибка репрезентативности при замене нетто-премии выборочным средним не превысит 0,2
	2. Готовит рекомендации для принятия финансово-экономических решений на основе на основе системного подхода для решения поставленных задач.	Знать методики подготовки рекомендации для принятия финансово-актуарных решений на основе на основе системного подхода для решения поставленных задач Уметь применять системный подход для подготовки рекомендации для принятия фи-	Мужчина в возрасте 40 лет заключает 3-летний договор страхования жизни на сумму 10000, в соответствии с которым премия вносится в начале каждого года равными долями (если страхователь жив). В случае смерти страховое вознаграждение подлежит выплате в конце года. Компания включает

		нансово-актуарных решений в нетто-премию следующие обязательные расходы: А) комиссионные страховому агенту, равные 10% от первой выплачиваемой страховой премии и по 5% от последующих (если они поступят), выплачиваемые при получении соответствующих премий; В) расходы на подготовку документов, составляющие 100 рублей в момент заключения договора, по 10 рублей - при поступлении каждой из последующих премий, 120 рублей - при выплате вознаграждения; С) налоги, равные 10% от каждой поступающей премии; Д) административные расходы, составляющие 2% от каждой из премий, взимаемые непосредственно при получении премий. Найдите соответствующие премии, если смертность описывается последней таблицы смертности РФ, а годовая эффективная процентная ставка равна 10%.
--	--	---

Примерные вопросы для подготовки к экзамену

1. Функции дожития и вероятности демографических событий. Теоретические законы смертности (Моавра, Гомперца, Мейкема).
2. Таблицы смертности и ее показатели. Принципы построения таблиц смертности. Примеры расчетов.
3. Интерполяция таблиц смертности для дробных возрастов.
4. Общие декрементные таблицы. Таблицы заболеваемости.

5. Основные виды страхования жизни. Страхование на случай смерти, дожития и смешанное.
6. Страхование рент. Срочная и пожизненная страховые ренты. Отложенные ренты.
7. Приведенная пожизненная рента. Отложенная пожизненная рента.
8. Единовременная премия на чистое дожитие. Коммутационные числа.
9. Единовременная премия страхования жизни на срок.
10. Страхование жизни с ограниченным сроком выплат.
11. Единовременная премия по смешанному страхованию жизни.
12. Стоимость страховой пожизненной ренты. Стоимость отложен ной страховой пожизненной ренты.
13. Стоимость срочной страховой ренты.
14. Периодическая премия пожизненного страхования.
15. Связь между актуарными оценками страховых рент и страховых полисов.
16. Понятие о резерве премий. Принципы расчета страхового резерва.
17. Рекуррентные формулы для резервов. Формула Феклера.
18. Монотонные страховые ренты.
19. Общая схема страхования жизни. Принцип расчета стоимости страхового контракта.
20. Специальные виды контрактов, часто встречающиеся в практике страхования жизни.
21. Контракты с точным временем выплат. Непрерывные модели страховых контрактов.
22. Базовые типы пенсионных схем.
23. Индивидуальные пенсионные схемы.
24. Страховые пенсионные схемы.
25. Модель индивидуального риска.
26. Аппроксимация сложных распределений.

27. Модель коллективного риска.
28. Рекуррентное соотношение Панджера.
29. Параметрические распределения величины ущерба.
30. Процесс Крамера-Лундберга.
31. Неравенство Лундберга.
32. Аппроксимация Крамера-Лундберга.
33. Динамические модели разорения.
34. Аппроксимация вероятности разорения.
35. Полная и частичная достоверность

Пример экзаменационного билета

Каждое задание оценивается 10 баллами

1. Показать, что для любого возраста $x > 0$ и для любого s : $0 < s < x$ справедлива формула:

$$\mu(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0+} \frac{P\{x - s < T(s) \leq x - s + \Delta x \mid T(s) > x - s\}}{\Delta x}.$$

2. Дано $s(x) = 1 - \frac{x}{100}$, $0 \leq x \leq 100$, $l_0 = 100$, . Найти ${}_{10}L_{20}$, ${}_{10}d_{20}$, ${}_{10}m_{20}$.

3. Пусть T экспоненциально распределена с параметром 0,05. 35-летний мужчина заключает договор страхования жизни на 25 лет. Условия договора таковы: страховая выплата в размере 1 осуществляется в момент смерти застрахованного, эффективная годовая процентная ставка равна 10%. Найти актуарную стоимость этого договора и вариацию текущей стоимости страховой суммы.

4. Размер страхового возмещения для определенного вида несчастных случаев является случайной величиной с производящей функцией моментов $\psi(t) = e^{t+8t^2}$. Найти коэффициент асимметрии размера страхового возмещения.

5. Суммарная величина выплат имеет составное пуассоновское распределение с параметром $\lambda=0,8$. Величина индивидуальных выплат имеет распределение

Величина выплат	Вероятность
1	0,25
2	0,375
3	0,375

Найти вероятности $P[S=a]$ при $a=0$ и $a=3$.

6. Величина ущерба при пожаре (в случае если он произошёл) имеет экспоненциальное распределение со средним значением 2000 руб. Страховая компания установила верхний предел своей ответственности 5000 руб. Найти средний размер выплат компании по одному страховому случаю. Найти распределение величины страховой выплаты. Найти вероятность того, что страховая выплата составит 5000.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Миронкина Ю. Н. Актуарные расчеты: Учебник и практикум / Ю. Н. Миронкина, Н. В. Звезда, М. А. Скорик, Л. В. - Москва: Юрайт, 2023. - 518 - Бакалавр и магистр. Академический курс. – ЭБС Юрайт. - URL: <https://www.biblio-online.ru/bcode/513748> (дата обращения: 09.03.2023). - Текст: электронный.

2. Королев А. В. Экономико-математические методы и моделирование: учебник и практикум для вузов / А. В. Королев. — Москва: Юрайт, 2023. — 280 с. — (Высшее образование). — ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/512225> (дата обращения: 09.03.2023). — Текст: электронный.

Дополнительная литература:

3. Аль-Натор М. С. Актуарная метаматика: модели дожития, страхование жизни и страховые аннуитеты. Ч. 1 = Actuarial mathematics: survival models, life insurance and annuities. P.1: Учебное пособие / М. С. Аль-Натор, С. В. Аль-Натор, Ю. Ф. Касимов; Финуниверситет, Каф. прикладной математики. - Москва: Финуниверситет, 2016. - 112 с.; 7,0 п.л. — Текст: непосредственный. -То же. - ЭБФинуниверситета. -

URL:<http://elib.fa.ru/rbook/al-nator.pdf> (дата обращения: 09.03.2023). - Текст: электронный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Библиотечно-информационный комплекс Финуниверситета (электронная библиотека, ресурсы на иностранных языках):

http://www.library.fa.ru/res_mainres.asp?cat=en

2. Федеральная служба государственной статистики: <http://www.gks.ru/>

3. Центральный банк Российской Федерации: <http://www.cbr.ru/>

4. Министерство экономического развития Российской Федерации (открытые данные): <http://economy.gov.ru/opendata/>

5. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>

6. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>

7. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОН-ЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>

8. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>

9. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>

10. Электронно-библиотечная система издательства Проспект
<http://ebs.prospekt.org/books>

11. Электронно-библиотечная система издательства «Лань»
<https://e.lanbook.com/>

12. Электронная библиотека Издательского дома «Гребенников»
<https://grebennikon.ru/>

13. Деловая онлайн-библиотека Alpina Digital <http://lib.alpinadigital.ru/>

14. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>

15. Национальная электронная библиотека <http://нэб.пф/>

16. СПАРК <https://spark-interfax.ru/>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Самостоятельная работа студентов проходит аудиторно и внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит учебно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение, необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Для выполнения домашних заданий следует завести отдельную тетрадь. Контроль выполнения домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий в процессе выборочного собеседования.

Домашняя контрольная работа является одной из основных форм текущего контроля самостоятельной работы студентов по дисциплине «Эконометрические исследования». Примерное время их выполнения составляет 4 часа. Каждый вариант домашней контрольной работы (ДКР) содержит несколько задач, выполняя которые студент демонстрирует умение решать типовые эконометрические задачи и проводить типовые расчеты на компьютере. Сроки выполнения ДКР указываются в учебно-тематическом плане изучения дисциплины. Конкретные сроки сдачи ДКР устанавливаются преподавателем. Оценка за ДКР выставляется по итогам проверки отчета и устного собеседования по работе. Эта оценка является существенной компонентой оценки самостоятельной работы студента в течение семестра.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения

1. Windows, Microsoft Office.

2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»

2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»

3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации - не используются

11.4. Электронная таблица Calc LibreOffice

11.6. Программная среда R.

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Практические занятия по дисциплине проходят в обычной аудитории.